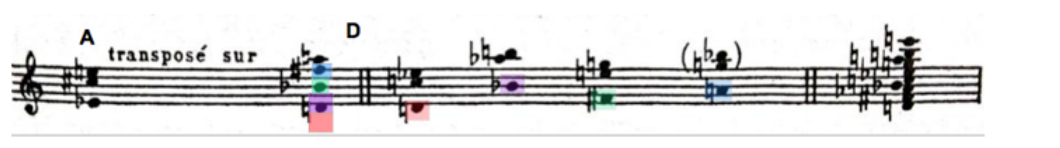
Multiplication de blocs sonores avec Open Music

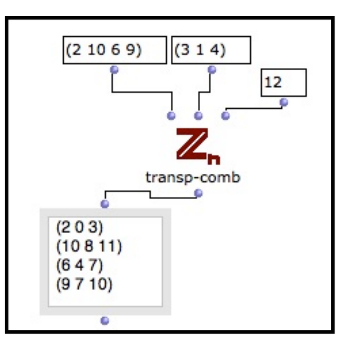
Didier Debril, juin 2015



L'exemple XIII bis donné par Pierre Boulez de son processus de multiplication d'accords dans son article « *Autrement* » publié, notamment, dans *Relevé d'apprenti* page 169.

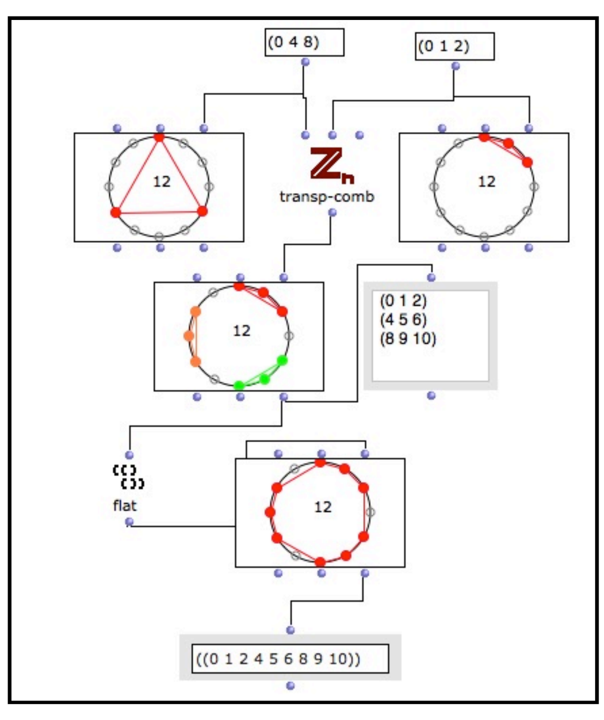
En examinant l'exemple de Pierre Boulez, on constate que ce ne sont pas les hauteurs du premier bloc sonore **A** {Eb3, C#4, E4}/{3, 1, 4} qui sont transposées sur chacune des notes constituant le second bloc sonore **B** soit D3 - Bb3 F#4 - A4, mais bien la structure intervallique de **A** (voir plus bas dans le document, le descriptif de l'opération « pas à pas » reproductible à la main avec une feuille de papier et un crayon).
Ce processus est, d'ailleurs, celui qui permet de créer le carré de transposition 12 X 12 de *Structure Ia* ou de *Polyphonie* de Pierre Boulez. La structure intervallique étant reportée sur chacun des degrés de la série. Ce procédé permet aussi de créer les modes à transposition limitées.

Cette opération de multiplication est extrêmement simple à réaliser avec *Open Music* dans la mesure où il y a une fonction dans la *librairie Mathtools* qui est dédiée à cette opération avec **Zn-transp-comb**.



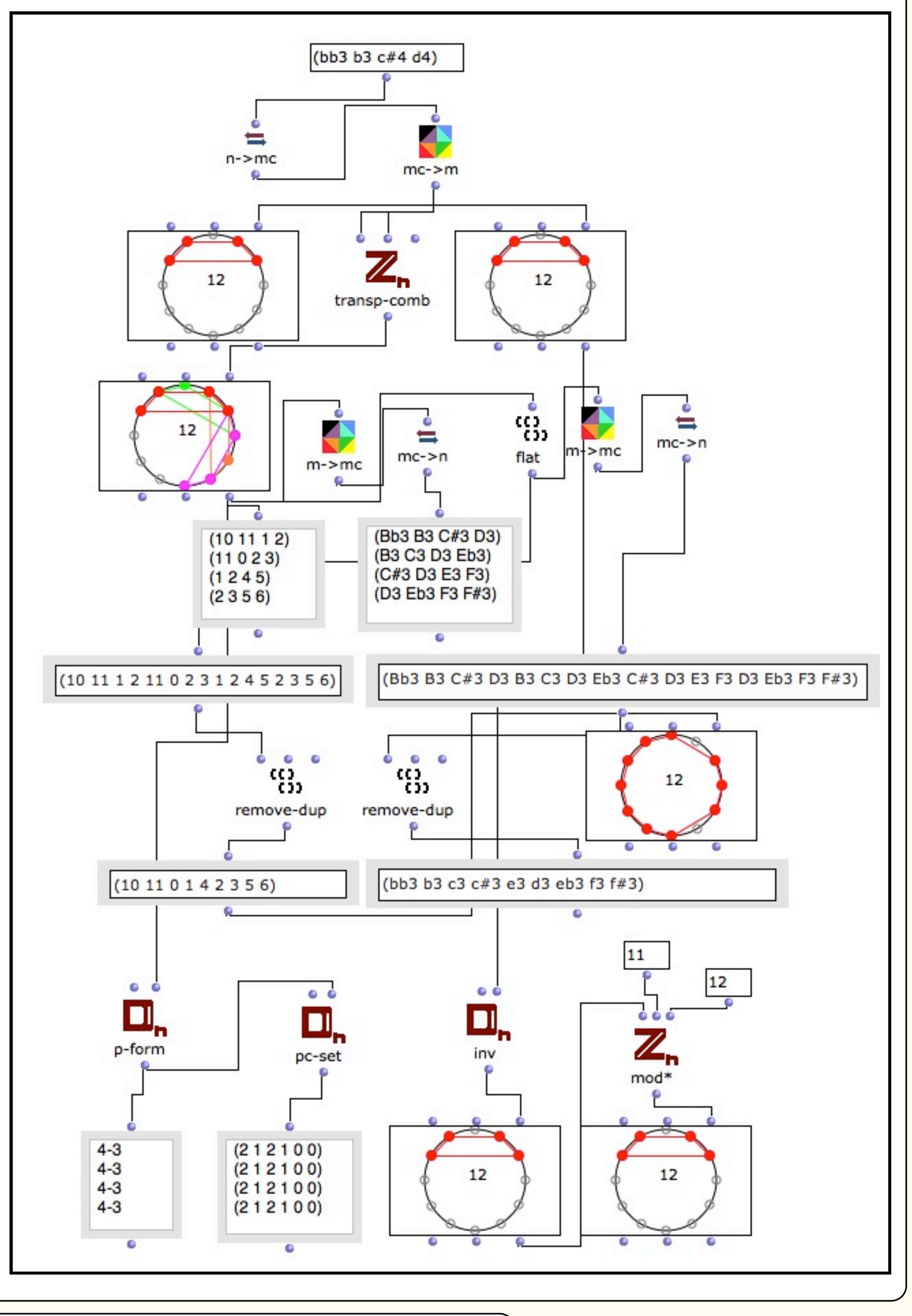
Les quatre transpositions sont :
{2, 0, 3} / {D3, C4 Eb4}
{10, 8, 9} / {Bb3 Ab4, A4}
{6, 4, 7} / {F#3, E4, G4}
{9, 7, 10} / {A3, G4, Bb4}
===> Le résultat est conforme à l'exemple de Pierre Boulez

Ci-dessus, une utilisation très basique de la fonction **Zn-transp-comb** pour calculer la multiplication de **A** sur **D** selon l'exemple de Pierre Boulez.

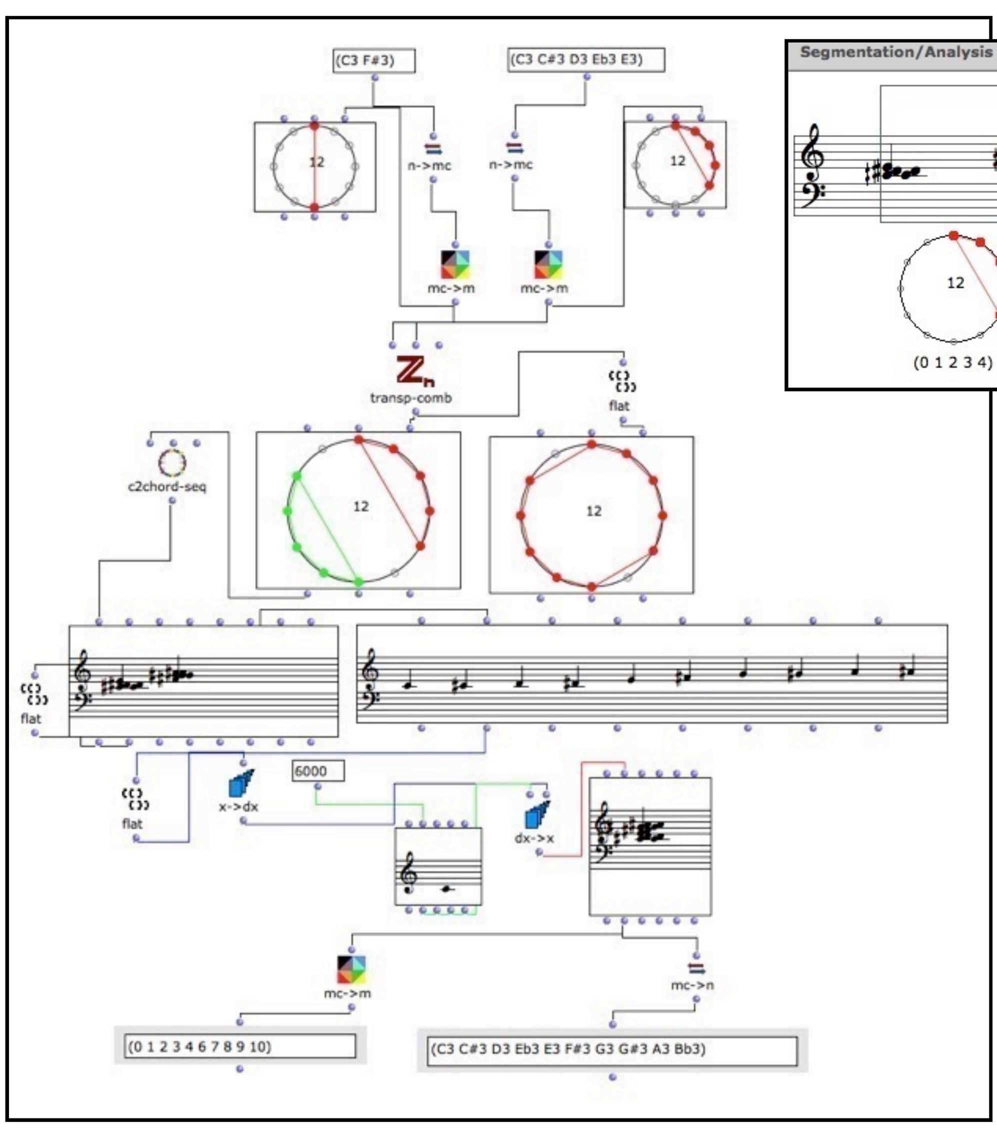


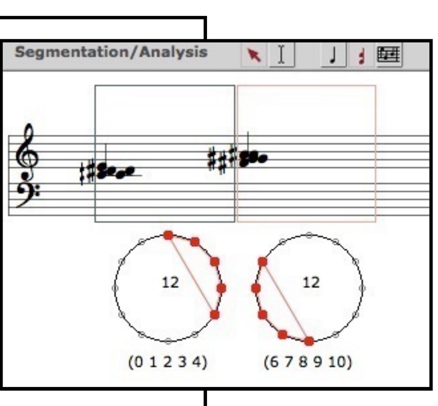
La liste des modes à transpositions limitées donnée par **Zn-ti-zn** dans la librairie Mathtools :
((0 2 6 8) (0 6) (0 1 3 6 7 9) (0 2 3 6 8 9) (0 1 6 7) (0 1 2 4 6 7 8 10) (0 1 2 6 7 8) (0 1 2 3 6 7 8 9) (0 1 2 3 4 6 7 8 9 10) (0 4 8) (0 1 4 5 8 9) (***0 1 2 4 5 6 8 9 10***) (0 3 6 9) (0 1 3 4 6 7 9 10) (0 2 4 6 8 10))

La multiplication par accords ou blocs sonores se prête bien à la représentation circulaire. Celle-ci permet de visualiser le processus de transposition de la structure intervallique d'un premier bloc sur chacune des hauteurs du second bloc. Ici, l'exemple reconstitue le mode {***0 1 2 4 5 6 8 9 10***} d'Olivier Messiaen (voir ci-dessus la liste des modes avec la fonction intégrée dans la librairie Mathtools **Zn-ti-zn**. Le processus est décrit dans le PDF de Moreno Andreatta « *Mathematica est exercitium musicae* » à partir des pages 13 et 16.



Cette multiplication d'accords **B** * **B** reprend l'exemple de Joseph N. Straus (voir ci-dessous les exemples plus développés) extrait de son ouvrage « *Introduction Post-Tonal Theory* » où il explicite la multiplication d'accords.
Ici, la structure intervallique du Bloc **B** est transposée sur les hauteurs du Bloc **B**. Ce qui est ni plus ni moins le processus de transposition de *Structure Ia*. D'ailleurs, si on substitue à l'accord **B** la série de **Structure Ia**, on obtient avec **Zn-transp-comb** la matrice, ou le carré de transposition 12 X 12…
Dans le patch, sont ajoutées les fonctions **Dn-p-form** et **Dn-pc-set** à titre d'exemple car ici elles ne sont guère pertinentes dans la mesure ou l'ECH est le même. Mais cela permet de constater que **Dn-p-form** pour la *classification Forte* et **Dn-pc-set** pour l'*interval vector* anlysent plusieurs *ECH* en même temps. Des fonctions utiles pour l'analyse. De même, concernant le bloc B {10, 11, 1, 2} j'ai inséré la fonction **Dn-inv** qui affiche l'inversion miroir de soit {2, 1, 11, 10}. Ce qui, bien entendu, affiche la strictement la même représentation circulaire. La multiplication modulo 12 avec **ZNmod* 12** est juste un clin d'oeil, et pour rappeler que la multiplication par 12 produit l'inversion au même titre que la fonction **Zn-inv**, et que c'est là une des spécificités de la table de multiplication *modulo 12*, le total chromatique * 5 affiche le cycle des quartes, et multiplié par 7 affiche le cycle des quintes. Et vice versa avec la multiplication par 11.

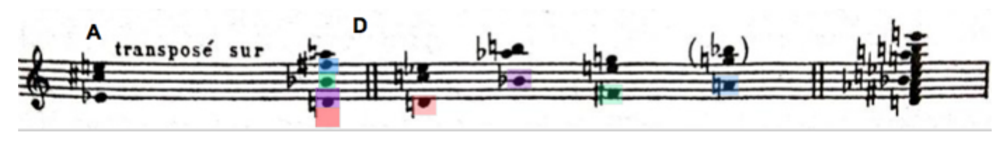




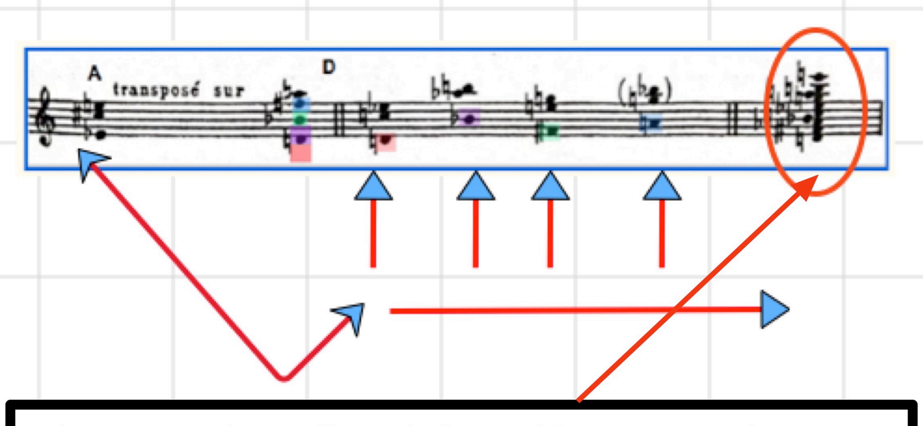
Un dernier patch utilisant la fonction **Zn-transp-comb** mais combinée avec les fonctions de conversion, **c2chord-seq** de la librairie *Mathtools,* entre la représentation circulaire et la notation standard des modules « **note** », **chord**, et **chord-seq**, mais aussi de l'analyse de la structure intervallique du résultat obtenu par **Zn-transp-comb** par **x->dx** puis de sa conversion en accord unique avec **dx->x**. A cela s'ajoute les fonctions de conversion **n->mc** qui permet d'insérer précisément les hauteurs en notation standard américaine et la fonction **mc->m** qui convertit la notation d'OM (6000 pour C/Do) en entiers.

De même, en cliquant sur le chord-seq affichant les deux accords, on peut procéder à une analyse de ces derniers avec un affichage conjoint de leurs représentations circulaires et leur notation mod 12.

La multiplication de blocs sonores calculée sans l'aide d'ordinateur

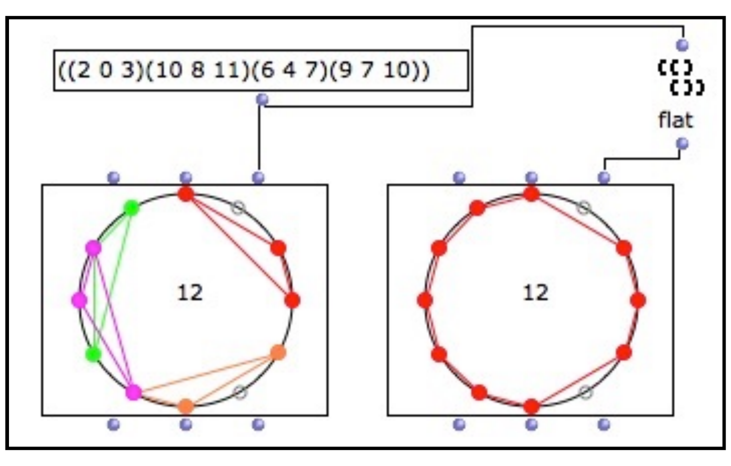


L'exemple XIII bis donné par Pierre Boulez de son processus de multiplication d'accords dans son article « Autrement » publié, notamment, dans Relevé d'apprenti page 169.



La structure intervallique de l'accord **A** est transposée sur chacune des hauteurs de l'accord **D**, soit ré, sib, fa#, la.
Pour l'accord final {ré, fa#, lab, sib, do, mib, sol, la, si, mi}/{2, 6, 8, 10, 0, 3, 7, 9, 11, 4}, les hauteurs en doublons sont éliminées.

Le processus est aisé à comprendre et peut se calculer facilement avec une feuille et un stylo.
En premier lieu, ce ne sont pas les hauteurs de l'accord ou bloc sonore **A** qui sont transposées sur chacune des hauteurs du bloc sonore **B** mais bien la structure intervallique de **A**, soit à partir du mib deux intervalles, le premier, entre mib et do# (septième mineure), étant de 10 demi-tons et le second entre mib et mi d'une octave augmentée de 13 demi-tons.
Si on reporte sur le **ré** 10 demi-tons, la hauteur sera **do** et pour 13 demi-tons, elle sera **mib** :
- ré + 10 = do, ré + 13 = mib, soit {**ré, do, mib**).
L'opération similaire est reportée sur le sib, le fa# et le la :
sib + 10 = lab, sib + 13= si => soit {**sib, lab, si**}
fa# + 10 = mi, fa# + 13 = sol => soit : {**fa#, mi, sol**}
la + 10 = sol, la + 13 = sib => soit : {**la, sol, sib**}.
Les doublons sib et sol sont enlevés pour obtenir un bloc sonore de dix sons.



La représentation circulaire à gauche met en exergue le processus de la multiplication avec les hauteurs du bloc **A** qui sont reportées sur chaque hauteur du Bloc **B**.
Celle de droite affiche la représentation de l'accord obtenu après la multiplication de A sur B.

Plusieurs musicologues ou chercheurs se sont penchés sur le processus de la multiplication d'accords, dont Lev Koblyakov's qui a publié *Pierre Boulez: A World of Harmony, Joseph N. Strauss dans Introduction to Post-Tonal Theory,* et Stephen Heinemann dont ce fut le sujet de thèse en 1993 : « *Pitch-class set multiplication in Boulez's Le marteau sans maître* ». L'analyse de Lev Koblyakov est passionnante mais toutefois frustrante car il ne donne pas les clés d'accès pour calculer la multiplication d'accords. En revanche, ainsi que d'autres musicologues ou chercheurs, ont explicité le processus comme Joseph N. Straus et Stephen Heinemann via les outils d'analyse de la Set Theory. On va examiner leur façon de procéder qui est différente dans l'approche. Si Joseph N. Strauss s'appuie sur la notation standard pour évoquer les « pitch-class » voire de subset, Stephen Heinemann utilise les termes, les symboles, conventions et la notation numérique définie par John Rahn dans « *Basic Atonal Theory* » : Ainsi, il précise que si le total chromatique est noté 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, il substitue à 10 et 11, les lettres **T** et **E** lors des calculs avec les matrices.
Personnellement, c'est avec son texte que j'ai enfin assimilé le processus de la multiplication d'accords et ce d'autant plus facilement que Stephen Heinemann n'est pas avare en exemples reproductibles sur une feuille de papier. Sa thèse « *Pitch-class set multiplication in Boulez's Le marteau sans maître* », est accessible à tout un chacun, elle est publiée sur le site de librairie numérique de Washington, ce qui correspond grosso-modo en France à *Gallica*, le site numérique de la Bibliothèque Nationale :
https://digital.lib.washington.edu/researchworks/handle/1773/11257
Et surtout ce que j'ai retenu notamment, c'est ce qu'il dénomme l'OIS, l'*Ordered pitch-class intervallic structure* (et l'Initially-ordered pitch-class set (IO set)) qui peut s'écrire sur l'accord **A** de Pierre Boulez < 3, (1, 4) > (lire entre autres, les page 33/34 et suivantes.
Pour calculer l'OIS de {3, 1, 4}, on déduit du premier élément de l'Ensemble de Classes de Hauteurs (ECH) toutes les hauteurs du set :
3 - 3 = 0   3 - 1 = 10   3 - 4 = 1 soit l'OIS = **0 10 1**.
Dans le premier calcul, les intervalles étaient de 10 et 13 demi-tons. Mais dans le calcul en utilisant la notation numérique modulo 12, on prend en compte l'équivalence d'octave et leur équivalence en renversement d'intervalles : on a bien 10 demi-tons et les 13 demi-tons correspondent à 13 - 12 = 1 demi-ton.

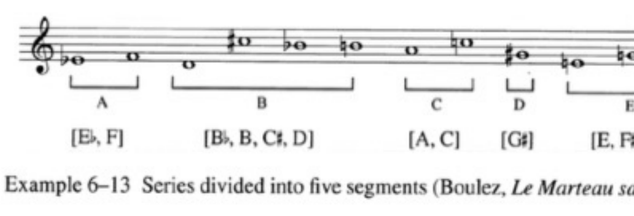
Après la multiplication de **A** * **B**, les blocs sonores ont les hauteurs suivantes en notation modulo 12 :
{2, 0, 3} - {10, 8, 11} - {6, 4, 7} - {9, 7, 10}

Avec l'OIS **0, 10, 1** donc en transposant la structure intervallique de A sur B :

	0	10	1	
2	2	0	3	==> {D, C, Eb}
10	10	8	11	==> {Bb, Ab, B)
6	6	4	7	==> {F#, E, G}
9	9	7	10	==> {A, G, Bb}

==> Le résultat est conforme.

Le processus de la multiplication d'accords de Pierre Boulez explécité par Joseph N. Straus dans son ouvrage « *Introduction Post-Tonal Theory second edition* » :



Example 6–13 Series divided into five segments (Boulez, *Le Marteau sans Maître*).

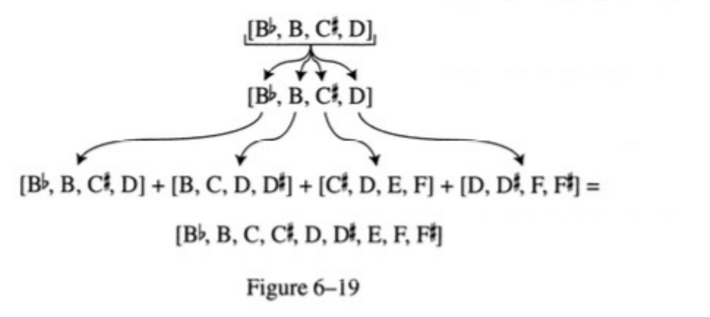


Figure 6–19

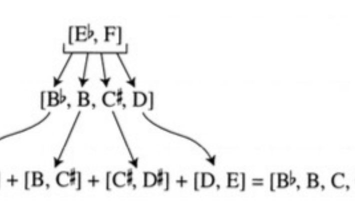


Figure 6–18

Calcul de OIS de Eb, F {3, 5} :
< 3, {5} >
« 3 - 3 = 0   3 - 5 = 2, OIS 0, 2

	0,	2	
10	10	0	==> {Bb, C}
11	11	1	==> {B, C#}
1	1	3	==> {C#, D#}
2	2	4	==> {D, E}

==> Le résultat est conforme.

BD = [B♭] + [B] + [C♯] + [D] = [B♭, B, C♯, D]

Cette multiplication correspond à la multiplication de B {10, 11, 1, 2) par D, soit avec une seule hauteur : 8.
Comment effectuer cette opération où il n'y a pas d'intervalle ?
On va calculer l'OIS < 8> =
8- 8 = 0, OIS = 0

	0
10	10
11	11
1	1
2	2

Le résultat est conforme.

La multiplication d'un bloc sonore par lui-même est particulièrement intéressante.
C'est la base du carré de transposition 12 X 12 de *Structure Ia* ou la structure intervalliique de la série est transposée sur chacun des degrés de la série :
Calcul modulo 12 de l'OIS < 10, {11, 1, 2}
10 -10 = 0, 10 - 11 = 1, 10 - 1 = 3, 10   10 - 2 = 4 ==> OIS = 0, 1, 3, 4

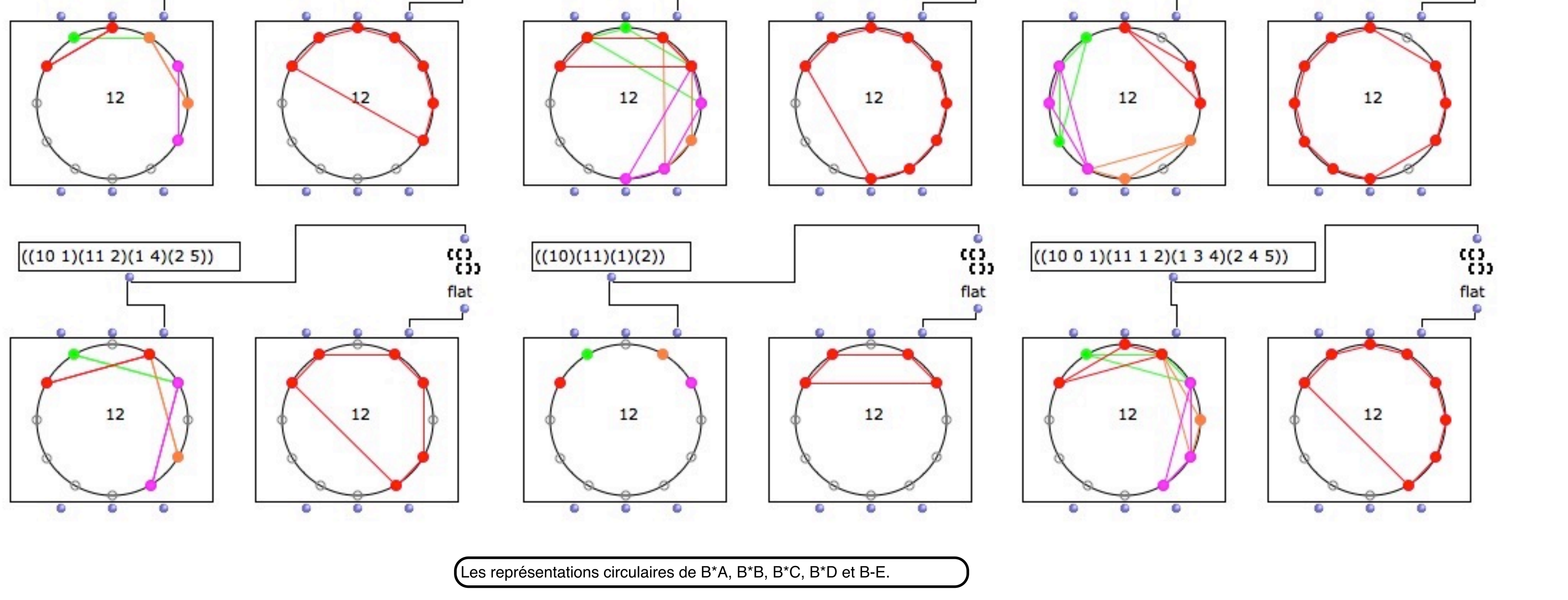
	0	1	3	4
10	10	11	1	2
11	11	0	2	3
1	1	2	4	5
2	2	3	5	6

A	B	C	D	E
[E♭, F]	[B♭, B, C♯, D]	[A, C]	[G♯]	[E, F♯, G]

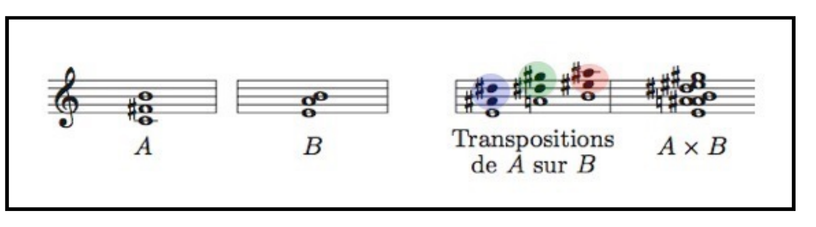
BA = [B♭, C] + [B, C♯] + [C♯, D♯] + [D, E] = [B♭, B, C, C♯, D, D♯, E]
BB = [B♭, B, C♯, D] + [B, C, D, D♯] + [C♯, D, E, F] + [D, D♯, F, F♯] = [B♭, B, C, C♯, D, D♯, E, F]
BC = [B♭, C♯] + [B, D] + [C♯, E] + [D, F] = [B♭, B, C♯, D, E, F]
BD = [B♭] + [B] + [C♯] + [D] = [B♭, B, C♯, D]
BE = [B♭, C, C♯] + [B, C♯, D] + [C♯, D♯, E] + [D, E, F] = [B♭, B, C, C♯, D, D♯, E, F]

Figure 6–20

Les résultats des multiplications des blocs sonores sélectionnés par Pierre Boulez sont affichés. Cela fait une bonne base pour vérifier par soi-même si le processus est bien assimilé.



Les représentations circulaires de B*A, B*B, B*C, B*D et B-E.



Une dernière multiplication par accords à partir d'un exemple de Nicolas Weiss, page 19, figure 3, et où le bloc transposé est constitué d'un do et d'un fa#, ce qui crée un vecteur qui découpe le cercle chromatique en deux. A cela s'ajoute les spécificités du calcul modulo 12 liées au 0 et à son renversement en miroir 6. Un ECH qui facilite l'opération de la multiplication d'accords (lire la remarque ci-dessous).

	0	6	11
4	4	10	3
9	*9*	*3*	*8*
11	11	5	10

	Do	Fa#	Si
4	Mi	La#	Ré#
9	*La*	*Ré#*	*Sol#*
11	Si	Fa	La#

Remarque, quand la première hauteur d'un des deux blocs est un do/0, il n'est pas nécessaire de calculer sa structure intervallique, elle sera similaire en raison du do qui est égal à 0 (par convention). Ainsi, si je calcule l'OIS de {0, 6, 11}, < 0, {6, 11} :
0 - 0 = 0
0 - 6 = 6
0 - 11 = 11
l'OIS = **0, 6, 11** et correspond à la notation de l'ECH 3-5 dont l'I*nterval Class* est 6, 5, 1 et l'*Interval Vector* : 100011.